ΜΕΘΟΔΙΚΟ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

ΘΕΜΑ Α

Α1: Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα του Fermat.

Μονάδες 10

Α2: Θεωρείστε την παρακάτω πρόταση:
« Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο σύνολο [α, β], τότε οπωσδήποτε το σύνολο τιμών της είναι το διάστημα [f(α), f(β)] ή το [f(β), f(α)]»
α. Να χαρακτηρίσετε την παραπάνω πρόταση γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής. *Μονάδα 1*
β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα (α) *Μονάδες 4*

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη
α. Για κάθε συνάρτηση f: Α$\rightarrow\mathbb{R}$ η οποία είναι 1-1, η εξίσωση f(x)=2021 έχει ακριβώς μια ρίζα
β. Αν υπάρχει το όριο $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}\in\mathbb{R}$ τότε η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0.
γ. Αν για μια συνάρτηση εφαρμόζεται το θεώρημα Rolle στο διάστημα [α, β] τότε εφαρμόζεται και το θεώρημα ενδιαμέσων τιμών στο ίδιο διάστημα.
δ. Αν μια συνάρτηση f έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη στο x_0, τότε το x_0 δεν μπορεί να είναι σημείο του πεδίου ορισμού της.
ε. Υπάρχει περίπτωση μια συνάρτηση να μην είναι παραγωγίσιμη στο x_0 του Π. ορισμού της και όμως να υπάρχει το $\lim\limits_{x\to xo}\frac{f(x)-f(xo)}{x-xo}$?Αναφέρετε αντίστοιχο παράδειγμα.

Μονάδες 2 Χ 5 = 10

ΘΕΜΑ Β.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3-3x^2+2$

α. Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο, ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμπής.

Μονάδες 8

β. Αν x_1, x_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και x_3 η θέση του σημείου καμπής, να αποδείξετε ότι τα σημεία $Α(x_1, f(x_1))$, $Β(x_2, f(x_2))$, $Γ(x_3, f(x_3))$ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 7

Γ. Να γίνει η χάραξη της C_f

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln(e^x-1)-x$.

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της *Μονάδες 3*
Γ2. Να βρείτε το πρόσημο της f *Μονάδες 4*
Γ3. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία. *Μονάδες 5*
Γ4. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται και βρείτε την f^{-1}. *Μονάδες 4*
Γ5. Αν $h(x)=\ln(1/x)$ να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_o>0$ τέτοιο ώστε $f(x_x)=h(x_o)$ *Μονάδες 5*
Γ6. Να βρείτε το όριο $\lim\limits_{x\to +00}\frac{f(1)\chi^3+\chi^2+2}{f(2)-x+1}$ *Μονάδες 4*

ΘΕΜΑ Δ.

Για την παραγωγίσιμη συνάρτηση f:R->R ισχύουν:

. f’(x)=$a - e^{-x^3}$,xER & $f(x) \geq f(-1)$

Δ1. Δείξτε ότι α=e

Δ2. Να μελετηθεί η f(x) ως προς τη μονοτονία

Δ3. Να μελετηθεί η f΄(παράγωγος της f) ως προς τη μονοτονία.

Δ4. Να δείξετε ότι $f(x) \geq (e-1)x + f(0)$ για κάθε XER

Δ5. Να δείξετε ότι $f'(x) < f(x+1) - f(x) < f'(x+1)$ για κάθε xER

Δ6. Να βρείτε το όριο: $\lim_{x\to\infty}[f(x+1) - f(x)]$

ΜΕΘΟΔΙΚΟ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ