Θέματα ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ – 15/11/2020

Θέμα 1ο

Α) Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως φθίνουσα; (ΟΡΙΣΜΟΣ)

Β1) Αν οι εξισώσεις του συστήματος $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ παριστάνουν ευθείες ε, ε' ,

να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις της στήλης Α με τις ισοδύναμές τους της στήλης Β.

	ΣΤΗΛΗ Β
(i) Οι ε, ε' είναι παράλληλες	a) D≠0
(ii) Οι ε, ε' τέμνονται	b) Το σύστημα είναι αδύνατο
(iii) Οι ε, ε' συμπίπτουν	c) Το σύστημα έχει άπειρο πλήθος λύσεων

Β2) Έστω το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ Να βρείτε τα D, D_x, D_y .

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) .

(1) Έστω το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$

(a) Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση , τότε D≠0 .
(b) Αν D=0 , το σύστημα είναι αδύνατο .

(2) Έστω μια συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι γνησίως αύξουσα . Ισχύει ότι f(2020) < f(2021) .

Θέμα 2ο

Α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού στις παρακάτω συναρτήσεις :

i) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

ii) $f(x) = \frac{2}{5x^2 - x - 4}$

iii) $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$

iv) $f(x) = \sqrt{x - 3} + \frac{1}{\sqrt{5 - x}}$

Β) Να λυθεί το παρακάτω σύστημα: $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$

Θέμα 3ο

Δίνεται η συνάρηση $f(x) = \frac{2}{x} - \sqrt{x} - 1$.

Α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
Β) Να δείξετε ότι ο αριθμός 1 είναι ρίζα της εξίσωσης f(x) = 0 .
Γ) Να δείξετε ότι f(4) = -5/2 .
Δ) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{2}{x} < \sqrt{x} + 1$, στο (0 , +∞) .
Ε) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης f(x) = 0 .

Θέμα 4ο

Α) Να λυθεί το παρακάτω σύστημα : $\begin{cases} 2x - y + 3w = 4 \\ 3x + 2y - w = -7 \\ x - 3y + 2w = 1 \end{cases}$

Β) Έστω ότι το σύστημα $\begin{cases} \lambda x + y = 1 \\ x + y = \lambda \end{cases}$ έχει μοναδική λύση την (x_0, y_0) .

a) Να βρείτε τις τιμές του λ.
b) Αν $|x_0| + |y_0| = 2$ να βρείτε το λ.